

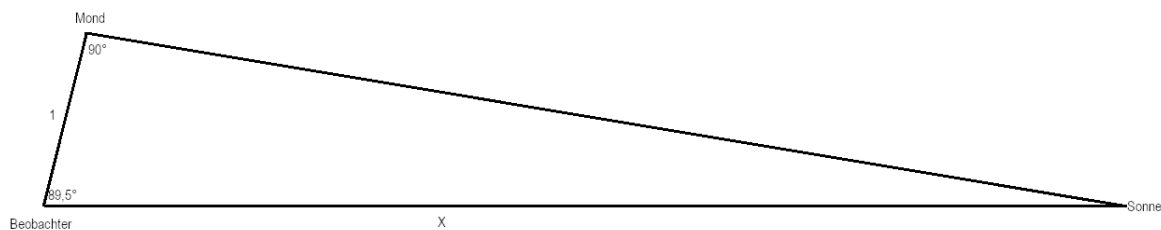
Rechenbeispiel: Berechne Entfernung Erde-Mond

Der griechische Gelehrte Aristarchus konnte bei einer Mondfinsternis 190 v. Chr. an Hand des runden Schattens, den die Erde auf die Mondoberfläche wirft, bereits erstaunlich gute Annahmen über die Entfernung zwischen Mond und Erde treffen.

Aufgabe 1: Verhältnis des Abstandes Erde – Mond zu Erde – Sonne

Aristarch stellt folgende Überlegung an: “Wenn genau Halbmond herrscht, dann ist der Winkel Beobachter – Mond – Sonne genau 90° ” (siehe Abbildung 1). Aristarch bemühte sich nun, bei Halbmond den Winkel Mond – Beobachter – Sonne zu messen (ein ungemein schwieriges Unterfangen!). Dieser Winkel beträgt $89,5^\circ$.

Berechne: Nimm Winkelfunktionen zu Hilfe, um zu berechnen, wie viel weiter die Sonne von der Erde weg ist, als der Mond.



Aufgabe 2: Verhältnis der Größe des Mondes zur Größe der Sonne

Zur Bestimmung des Verhältnisses der Größe des Mondes zur Größe der Sonne nutzte Aristarch die Tatsache, dass bei einer totalen Sonnenfinsternis der Mond die Sonne ganz genau verdeckt.

Aufgabe: Wie viel mal größer muss die Sonne als der Mond sein, damit dies möglich ist?
Hinweis: Die Aufgabe erschließt sich aus der Lösung von Aufgabe 1.

Aufgabe 3: Verhältnis Monddurchmesser zur Entfernung Erde – Mond

Die Größe des Mondes am Nachthimmel beträgt etwa ein halbes Grad (beziehungsweise 30 Bogenminuten). Damit lässt sich berechnen, wie groß der Mond in Bezug auf seine Entfernung von der Erde sein muss.

Aufgabe: Verwende die Formel zur Berechnung des Umfanges eines Kreises, um zu berechnen, wie groß der Mond in Bezug auf seine Entfernung von der Erde ist.

Aufgabe 4: Verhältnis Größe des Mondes zur Erde

Die bis hierher berechneten Größenbeziehungen stehen in keinerlei Zusammenhang zur Größe der Erde. Wir wissen zwar, dass der Mond x-mal kleiner ist als die Sonne, ob aber die Erde größer oder kleiner als der Mond oder die Sonne ist, kann daraus nicht abgeleitet werden!

Zusatzinformation: Die alten Griechen wussten bereits, dass die Erde nicht eine Scheibe, sondern eine Kugel ist. Sie konnten beobachten, dass von am Horizont auftauchenden Schiffen erst nur die Segel, dann erst der Schiffsrumpf zu sehen ist. Sie beobachteten den Sternenhimmel auf verschiedenen Breitengraden: Nicht alle Sterne, die in Griechenland zirkumpolar sind, sind dies auch im südlicher gelegenen Ägypten. Sie beobachteten bei Mondfinsternissen die Form des Erdschattens am Mond: Er ist rund.

Bei einer totalen Mondfinsternis kann man drei Phasen unterscheiden

- 1) Von der ersten Verdunkelung am Mondrand bis zur völligen Verdunkelung. Der Mond gleitet in den Kernschatten der Erde hinein.
- 2) Der Mond ist völlig verdunkelt und gleitet durch den Erdschatten hindurch.
- 3) Vom ersten Sonnenlicht am Mondrand bis wieder zum voll beleuchteten Mond. Der Mond gleitet aus dem Kernschatten der Erde heraus.

Aristarch machte sich nun folgende Beobachtung zu Nutze: Wenn der Mond genau durch die Mitte des Erdschattens hindurch gleitet, also den längsten Weg durch den Erdschatten nimmt, dann dauern die drei Phasen ziemlich genau gleich lange. In unseren Zeiteinheiten gemessen: Es dauert etwa eine Stunde, bis der Mond völlig verdunkelt ist, dann bleibt er etwa eine Stunde völlig im Dunklen, er braucht dann nochmals etwa eine Stunde bis er wieder im alten Glanz erstrahlt.

Aristarch schloss daraus, dass der Erdschatten an der Stelle, an der ihn der Mond durchquert, genau zwei Monddurchmesser breit ist. Daraus konnte Aristarch das Verhältnis des Erddurchmessers zum Monddurchmesser bestimmen.

Mit r_M ist der Radius des Mondes bezeichnet, mit r_E der Radius der Erde und mit r_S der Radius der Sonne. Wir setzen wieder den Abstand Erde - Mond gleich 1, der Abstand zwischen Erde und Sonne beträgt d_{ES} in Einheiten der Entfernung Erde-Sonne. Aus den beiden in Abbildung 2 rot gekennzeichneten Dreiecken gewinnt man folgende Proportion:

$$\frac{r_E - 2r_M}{1} = \frac{r_S - 2r_M}{1 + d_{ES}}$$

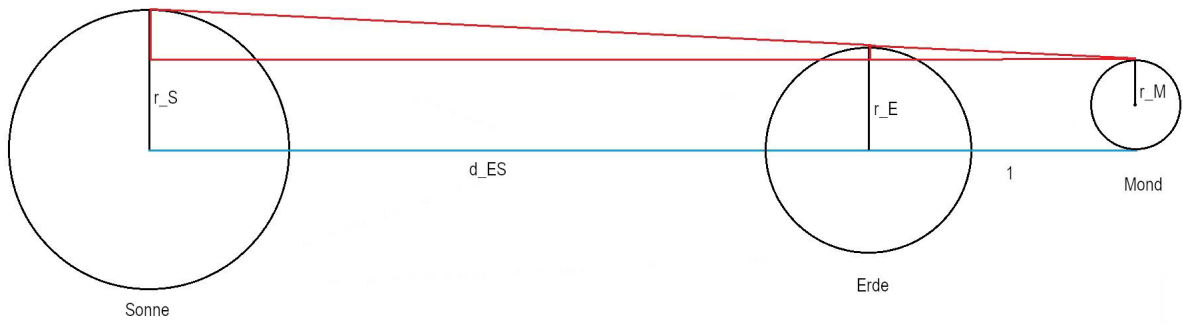


Abbildung 2

Berechne: r_M und r_S in Einheiten von r_E

Ergebnisse

Aufgabe 1

Über die Winkelsumme des Dreiecks und den Sinussatz erhalten wir, dass die Sonne 114x weiter entfernt ist als der Mond.

Aufgabe 2

Die Sonne ist folglich 114x Größer als der Mond.

Aufgabe 3

Nimmt man die Entfernung Beobachter – Mond zu 1, so bedeutet ein Winkel von $0,5^\circ$ eine Strecke von $(2 \times \pi \times 0,5^\circ) / 360^\circ = 0,0087$. Der Durchmesser des Mondes beträgt also etwa 0,9% seiner Entfernung von der Erde.

Aufgabe 4

	Aristarch	Moderne Messung	Werte aus dem Bsp
Radius der Erde	1	1	1
Radius des Mondes	0,35	0,27	
Radius der Sonne	66	111	
Abstand Erde-Mond	20	60	
Abstand Erde-Sonne	380	23 500	